

`$$SPAD/src/input kamke3.input`

Timothy Daly

December 30, 2008

Abstract

This is the first 50 of the Kamke test suite as published by E. S. Cheb-Terrab[1]. They have been rewritten using Axiom syntax. Where possible we show that the particular solution actually satisfies the original ordinary differential equation.

Contents

```

(*)≡
)spool kamke3.output
)set break resume
)set mes auto off
)clear all

--S 1 of 139
y:=operator 'y
--R
--R
--R (1) y
--R
--R Type: BasicOperator
--E 1

--S 2 of 139
ode151 := (x**2+1)*D(y(x),x) + (y(x)**2+1)*(2*x*y(x) - 1)
--R
--R
--R (2) (x2 + 1)y'(x) + 2xy(x)3 - y(x)2 + 2xy(x) - 1
--R
--R Type: Expression Integer
--E 2

--S 3 of 139
ode151a:=solve(ode151,y,x)
--R
--R
--R (3) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 3

--S 4 of 139
ode152 := (x**2+1)*D(y(x),x) + x*sin(y(x))*cos(y(x)) - x*(x**2+1)*cos(y(x))**2
--R
--R
--R (4) (x2 + 1)y'(x) + x cos(y(x))sin(y(x)) + (-x3 - x)cos(y(x))2
--R
--R Type: Expression Integer
--E 4

--S 5 of 139
ode152a:=solve(ode152,y,x)
--R
--R

```

```

--R (5) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 5

--S 6 of 139
ode153 := (x**2-1)*D(y(x),x) - x*y(x) + a
--R
--R
--R          2
--R (6) (x - 1)y (x) - x y(x) + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 6

--S 7 of 139
ode153a:=solve(ode153,y,x)
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R (7) [particular= a x,basis= [|x - 1|]]
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 7

--S 8 of 139
yx:=ode153a.particular
--R
--R
--R (8) a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 8

--S 9 of 139
ode153expr := (x**2-1)*D(yx,x) - x*yx + a
--R
--R
--R (9) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 9

--S 10 of 139
ode154 := (x**2-1)*D(y(x),x) + 2*x*y(x) - cos(x)
--R
--R
--R          2
--R (10) (x - 1)y (x) - cos(x) + 2x y(x)

```

```

--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 10

--S 11 of 139
ode154a:=solve(ode154,y,x)
--R
--R
--R
--R          sin(x)          1
--R  (11) [particular= -----,basis= [-----]]
--R          2          2
--R          x  - 1          x  - 1
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 11

--S 12 of 139
yx:=ode154a.particular
--R
--R
--R          sin(x)
--R  (12) -----
--R          2
--R          x  - 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 12

--S 13 of 139
ode154expr := (x**2-1)*D(yx,x) + 2*x*yx - cos(x)
--R
--R
--R  (13) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 13

--S 14 of 139
ode155 := (x**2-1)*D(y(x),x) + y(x)**2 - 2*x*y(x) + 1
--R
--R
--R          2          ,          2
--R  (14) (x  - 1)y (x) + y(x)  - 2x y(x) + 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 14

--S 15 of 139
yx:=solve(ode155,y,x)

```

```

--R
--R
--R      (y(x) - x)log(x + 1) + (- y(x) + x)log(x - 1) + 2
--R (15) -----
--R                               2y(x) - 2x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 15

```

```

--S 16 of 139
ode155expr := (x**2-1)*D(yx,x) + yx**2 - 2*x*yx + 1
--R
--R
--R (16)
--R      2      2      2      2
--R      (- 4x + 4)y (x) + (y(x) - 2x y(x) + x )log(x + 1)
--R
--R      +
--R      2      2      2      2      2      3
--R      (- 2y(x) + 4x y(x) - 2x )log(x - 1) - 4x y(x) + (8x + 4)y(x) - 4x
--R
--R      +
--R      - 4x
--R
--R      *
--R      log(x + 1)
--R
--R      +
--R      2      2      2
--R      (y(x) - 2x y(x) + x )log(x - 1)
--R
--R      +
--R      2      2      3
--R      (4x y(x) + (- 8x - 4)y(x) + 4x + 4x)log(x - 1) - 8x y(x) + 12x
--R
--R      /
--R      2      2
--R      4y(x) - 8x y(x) + 4x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 16

```

```

--S 17 of 139
ode156 := (x**2-1)*D(y(x),x) - y(x)*(y(x)-x)
--R
--R
--R      2      2
--R (17) (x - 1)y (x) - y(x) + x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 17

```

```

--S 18 of 139

```

```

yx:=solve(ode156,y,x)
--R
--R
--R      - x y(x) + 1
--R (18) -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      y(x)\|x  - 1
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 18

```

```

--S 19 of 139
ode156expr := (x**2-1)*D(yx,x) - yx*(yx-x)
--R
--R
--R (19)
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      4      2      ,      2      2
--R      (- x  + 2x  - 1)y (x) + (- x y(x)  + 2x y(x) - 1)\|x  - 1
--R
--R      +
--R      4      2      2
--R      (- x  + 2x  - 1)y(x)
--R /
--R      +-----+
--R      2      2 | 2
--R      (x  - 1)y(x) \|x  - 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 19

```

```

--S 20 of 139
ode157 := (x**2-1)*D(y(x),x) + a*(y(x)**2-2*x*y(x)+1)
--R
--R
--R      2      ,      2
--R (20) (x  - 1)y (x) + a y(x)  - 2a x y(x) + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 20

```

```

--S 21 of 139
ode157a:=solve(ode157,y,x)
--R
--R
--R (21) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)

```

--E 21

--S 22 of 139

ode158 := (x**2-1)*D(y(x),x) + a*x*y(x)**2 + x*y(x)

--R

--R

$$(22) \quad (x^2 - 1)y'(x) + ax^2y(x) + xy(x)$$

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 22

--S 23 of 139

yx:=solve(ode158,y,x)

--R

--R

$$(23) \quad \frac{ax^2y(x)^2 + 2ay(x)^2 + 1}{2ay(x)^4 + 4ay(x)^3 + 2a}$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E 23

--S 24 of 139

ode158expr := (x**2-1)*D(yx,x) + a*x*yx**2 + x*yx

--R

--R

$$(24) \quad \frac{((4a^4x^4 - 8a^4x^2 + 4a^4)y(x)^4 + (4a^3x^4 - 8a^3x^2 + 4a^3)y(x)^3) y'(x) + (a^4x^5 + 6a^5x^3 - 4a^5x)y(x)^4 + ((12a^4 + 4a^3)x^4 - 4a^4x)y(x)^3 + ((6a^3 + 2a^2)x^3 + (6a^3 + 4a^2)x)y(x)^2 + (8a^2 + 4a)x^2y(x) + (2a + 1)x}{4a^7y(x)^4 + 16a^6y(x)^3 + 24a^5y(x)^2 + 16a^4y(x) + 4a^3}$$

--R

Type: Expression Integer

--E 24

--S 25 of 139

ode159 := (x**2-1)*D(y(x),x) - 2*x*y(x)*log(y(x))


```

--R
--R
--R      2
--R      (25) (x - 1)y (x) - 2x y(x)log(y(x))
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 25

```

```

--S 26 of 139
yx:=solve(ode159,y,x)
--R
--R
--R      2
--R      - x + 1
--R      (26) -----
--R      log(y(x))
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 26

```

```

--S 27 of 139
ode159expr := (x**2-1)*D(yx,x) - 2*x*yx*log(yx)
--R
--R
--R      (27)
--R
--R      2
--R      - x + 1      4      2
--R      (2x - 2x)y(x)log(y(x))log(-----) + (x - 2x + 1)y (x)
--R      log(y(x))
--R
--R      +
--R      3
--R      (- 2x + 2x)y(x)log(y(x))
--R
--R      /
--R      2
--R      y(x)log(y(x))
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 27

```

```

--S 28 of 139
ode160 := (x**2-4)*D(y(x),x) + (x+2)*y(x)**2 - 4*y(x)
--R
--R
--R      2      2
--R      (28) (x - 4)y (x) + (x + 2)y(x) - 4y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 28

```

```

--S 29 of 139
yx:=solve(ode160,y,x)
--R
--R
--R      (- x - 2)y(x)log(x + 2) + x - 2
--R (29) -----
--R      (x + 2)y(x)
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 29

```

```

--S 30 of 139
ode160expr := (x**2-4)*D(yx,x) + (x+2)*yx**2 - 4*yx
--R
--R
--R (30)
--R      3      2      ,      2      2      2
--R      (- x + 2x + 4x - 8)y (x) + (x + 4x + 4)y(x) log(x + 2)
--R
--R      +
--R      2      2      2      2      2
--R      ((4x + 8)y(x) + (- 2x + 8)y(x))log(x + 2) + (- x + 4)y(x) + x - 4x + 4
--R /
--R      2
--R      (x + 2)y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 30

```

```

--S 31 of 139
ode161 := (x**2-5*x+6)*D(y(x),x) + 3*x*y(x) - 8*y(x) + x**2
--R
--R
--R      2      ,      2
--R (31) (x - 5x + 6)y (x) + (3x - 8)y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 31

```

```

--S 32 of 139
ode161a:=solve(ode161,y,x)
--R
--R
--R      4      3
--R      - 3x + 8x - 144
--R (32) [particular= -----,basis= [-----]]
--R      3      2      3      2

```

```

--R          4      3      2      1      0
--R      12x  - 84x  + 192x  - 144      x  - 7x  + 16x  - 12
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 32

```

```

--S 33 of 139
yx:=ode161a.particular
--R
--R
--R          4      3
--R      - 3x  + 8x  - 144
--R (33) -----
--R          3      2
--R      12x  - 84x  + 192x  - 144
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 33

```

```

--S 34 of 139
ode161expr := (x**2-5*x+6)*D(yx,x) + 3*x*yx - 8*yx + x**2
--R
--R
--R (34) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 34

```

```

--S 35 of 139
ode162 := (x-a)*(x-b)*D(y(x),x) + y(x)**2 + k*(y(x)+x-a)*(y(x)+x-b)
--R
--R
--R (35)
--R          2      2      2
--R      (x  + (- b - a)x + a b)y (x) + (k + 1)y(x)  + (2k x + (- b - a)k)y(x)
--R
--R      +
--R          2
--R      k x  + (- b - a)k x + a b k
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 35

```

This loops infinitely

ode162a:=solve(ode162,y,x)

WARNING (genufact): No known algorithm to factor

$3^2 - 3k^2 + (-k^2 + 3)^2 + k^2 - 1$, trying square-free.

(*)+≡

--S 36 of 139

ode163 := 2*x**2*D(y(x),x) - 2*y(x)**2 - x*y(x) + 2*a**2*x

--R

--R

--R (36) $2x^2 y(x)^2 - 2y(x)^2 - x y(x) + 2a^2 x$

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 36

--S 37 of 139

yx:=solve(ode163,y,x)

--R

--R

--R (37) $\frac{a\sqrt{x} - y(x)}{(2a\sqrt{x} + 2ay(x))e^{4a\sqrt{x}}}$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E 37

--S 38 of 139

ode163expr := 2*x**2*D(yx,x) - 2*yx**2 - x*yx + 2*a**2*x

--R

--R

--R (38) $((-12a^3 x^3 y(x)^2 - 4a^5 x^4)\sqrt{x} - 4a^2 x^3 y(x)^3 - 12a^4 x^4 y(x)^4)\sqrt{x} + \frac{4a}{y(x)}$

```

--R      4      5      6 2      3      8 3      +-+      5 2      4
--R      (4a x y(x) + 40a x y(x) + 20a x y(x))\|x + 20a x y(x)
--R      +
--R      7 3      2      9 4
--R      40a x y(x) + 4a x
--R      *
--R      4a 2
--R      - ----
--R      +-+
--R      \|x
--R      (%e )
--R      +
--R      5      3      4      3 2      3      5 2      2      5 3
--R      a x y(x) + 12a x y(x) + 8a x y(x) - 8a x y(x) - a x y(x)
--R      +
--R      7 3
--R      - 4a x
--R      *
--R      +-+
--R      \|x
--R      +
--R      2      5      2 2      4      4 2      3      4 3      2      6 3      6 4
--R      4a x y(x) + 5a x y(x) + 8a x y(x) + 4a x y(x) - 12a x y(x) - a x
--R      *
--R      4a
--R      - ----
--R      +-+
--R      \|x
--R      %e
--R      +
--R      5      2      3      4 2      +-+      4      3 2      2      5 3
--R      (- y(x) + 2a x y(x) - a x y(x))\|x - a x y(x) + 2a x y(x) - a x
--R      /
--R      2      5      4      3      6 2      +-+      3      4      5 2      2
--R      (2a y(x) + 20a x y(x) + 10a x y(x))\|x + 10a x y(x) + 20a x y(x)
--R      +
--R      7 3
--R      2a x
--R      *
--R      4a 2
--R      - ----
--R      +-+
--R      \|x
--R      (%e )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 38

```

```

--S 39 of 139
ode164 := 2*x**2*D(y(x),x) - 2*y(x)**2 - 3*x*y(x) + 2*a**2*x
--R
--R
--R      2      2      2
--R      (39)  2x y (x) - 2y(x) - 3x y(x) + 2a x
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 39

```

```

--S 40 of 139
yx:=solve(ode164,y,x)
--R
--R
--R      +-+
--R      (- 2y(x) - x)\|x + 2a x
--R      (40)  -----
--R                                          4a
--R                                          - ----
--R                                          +-+
--R      +-+      2      \|x
--R      ((4a y(x) + 2a x)\|x + 4a x)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 40

```

```

--S 41 of 139
ode164expr := 2*x**2*D(yx,x) - 2*yx**2 - 3*x*yx + 2*a**2*x
--R
--R
--R      (41)
--R      2 2      3      2 3      2      2 4      4 3      2 5
--R      - 128a x y(x) - 192a x y(x) + (- 96a x - 384a x )y(x) - 16a x
--R
--R      +
--R      4 4
--R      - 192a x
--R
--R      *
--R      +-+
--R      \|x
--R
--R      +
--R      3 3      2      3 4      3 5      5 4
--R      - 384a x y(x) - 384a x y(x) - 96a x - 128a x
--R
--R      *
--R      4a
--R      - ----
--R      +-+

```

$$\begin{aligned}
& \frac{e^{\sqrt{x}} y(x)}{y(x)} \\
& + \left(640a^5 x^4 y(x)^4 + 1280a^5 x^2 y(x)^3 + (960a^5 x^3 + 1280a^7 x^2) y(x)^2 \right. \\
& \quad \left. + (320a^5 x^4 + 1280a^7 x^3) y(x) + 40a^5 x^5 + 320a^7 x^4 + 128a^9 x^3 \right) \\
& * \sqrt{x} \\
& + \left(128a^4 x^5 y(x)^4 + 320a^4 x^2 y(x)^4 + (320a^4 x^3 + 1280a^6 x^2) y(x)^3 \right. \\
& \quad \left. + (160a^4 x^4 + 1920a^6 x^3) y(x)^2 + (40a^4 x^5 + 960a^6 x^4 + 640a^8 x^3) y(x) + 4a^4 x^6 \right. \\
& \quad \left. + 160a^6 x^5 + 320a^8 x^4 \right) \\
& * \left(\frac{4a^2}{e^{\sqrt{x}}} \right) \\
& + \left(128a^2 y(x)^5 + 672a^2 x y(x)^4 + (960a^2 x^2 + 256a^4 x) y(x)^3 \right. \\
& \quad \left. + (592a^2 x^3 + 384a^4 x^2) y(x)^2 + (168a^2 x^4 - 384a^6 x^2) y(x) + 18a^2 x^5 \right. \\
& \quad \left. - 64a^4 x^4 - 288a^6 x^3 \right) \\
& * \sqrt{x} \\
& + \left(96a^5 x y(x)^5 + (240a^2 x^3 + 384a^3 x^4) y(x)^3 + (240a^3 x^3 + 1152a^3 x^2) y(x)^2 \right. \\
& \quad \left. + (120a^4 x^4 + 960a^3 x^3 - 256a^5 x^2) y(x) + (30a^5 x^5 + 288a^3 x^4 - 480a^5 x^3) y(x) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (3ax^6 + 24a^3x^5 - 240a^5x^4 - 128a^7x^3) \\
& * \frac{4a}{\sqrt{x}} e \\
& + (-32ay(x)^4 - 64ax^3y(x)^3 + (-48ax^2 + 64a^3x)y(x)^2 \\
& + (-16ax^3 + 64a^3x^2)y(x)^4 - 2ax^4 + 16a^3x^3 - 32a^5x^2) \\
& * \sqrt{x} \\
& + (-32y(x)^5 - 80x^4y(x)^4 + (-80x^2 + 64a^2x)y(x)^3 + (-40x^3 + 96a^2x^2)y(x)^2 \\
& + (-10x^4 + 48ax^2y(x)^3 - 32a^4x^2)y(x)^5 - x^5 + 8a^2x^4 - 16a^4x^3) \\
& / (320ay(x)^3 + 640ax^4y(x)^3 + (480ax^3 + 640a^3x^2)y(x)^5 \\
& + (160a^3x^3 + 640a^5x^2)y(x)^3 + 20a^3x^4 + 160a^5x^3 + 64a^7x^2) \\
& * \sqrt{x} \\
& + (64ay(x)^2 + 160ax^5y(x)^2 + (160ax^2 + 640a^4x)y(x)^4 \\
& + (80ax^2 + 960a^4x^2)y(x)^3 + (20ax^2 + 480a^4x + 320a^6x^2)y(x)^6 + 2ax^2 \\
& + 80a^4x^4 + 160a^6x^3) \\
& * \frac{4a^2}{\sqrt{x}}
\end{aligned}$$


```

--R      (%e      )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 41

```

```

--S 42 of 139
ode165 := x*(2*x-1)*D(y(x),x) + y(x)**2 - (4*x+1)*y(x) + 4*x
--R
--R
--R      2      2
--R      (42) (2x  - x)y (x) + y(x)  + (- 4x - 1)y(x) + 4x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 42

```

```

--S 43 of 139
yx:=solve(ode165,y,x)
--R
--R
--R      2
--R      x y(x) - 2x
--R      (43) -----
--R      y(x) - 1
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 43

```

```

--S 44 of 139
ode165expr := x*(2*x-1)*D(yx,x) + yx**2 - (4*x+1)*yx + 4*x
--R
--R
--R      (44)
--R      4      3      2      2      2      3      2      4
--R      (4x  - 4x  + x )y (x) + (- x  + 2x)y(x)  + (- 4x  + 8x  - 6x)y(x) + 4x
--R
--R      +
--R      2
--R      - 6x  + 4x
--R
--R      /
--R      2
--R      y(x)  - 2y(x) + 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 44

```

```

--S 45 of 139
ode166 := 2*x*(x-1)*D(y(x),x) + (x-1)*y(x)**2 - x
--R
--R

```

```

--R      2      ,      2
--R (45) (2x - 2x)y (x) + (x - 1)y(x) - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 45

```

```

--S 46 of 139
ode166a:=solve(ode166,y,x)
--R
--R
--R (46) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 46

```

```

--S 47 of 139
ode167 := 3*x**2*D(y(x),x) - 7*y(x)**2 - 3*x*y(x) - x**2
--R
--R
--R      2      ,      2      2
--R (47) 3x y (x) - 7y(x) - 3x y(x) - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 47

```

```

--S 48 of 139
yx:=solve(ode167,y,x)
--R
--R
--R      +----+      +----+
--R      (- 497\|- 7 + 1197)y(x) + 171x\|- 7 + 497x
--R (48) -----
--R
--R      +----+
--R      2\|- 7 log(x)
--R      - -----
--R
--R      +----+      +----+      3
--R      ((342\|- 7 + 994)y(x) - 142x\|- 7 + 342x)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 48

```

```

--S 49 of 139
ode167expr := 3*x**2*D(yx,x) - 7*yx**2 - 3*x*yx - x**2
--R
--R
--R (49)
--R      3 +----+      3      4 +----+
--R      (- 275142420x \|- 7 + 547274532x )y(x) - 78182076x \|- 7

```

$$\begin{aligned}
& + \\
& - 275142420x^4 \\
& * \\
& \frac{2\sqrt{-7} \log(x)}{e^{\frac{1}{3}}}, \\
& y(x) \\
& + \\
& (-91714140x^2\sqrt{-7} + 182424844x^2)y(x)^3 \\
& + \\
& (-78182076x^3\sqrt{-7} - 275142420x^3)y(x)^2 \\
& + \\
& (39306060x^4\sqrt{-7} - 78182076x^4)y(x) + 3722956x^5\sqrt{-7} + 13102020x^5 \\
& * \\
& \frac{2\sqrt{-7} \log(x)}{e^{\frac{1}{3}}} \\
& + \\
& (368361714x\sqrt{-7} - 2239972378x)y(x)^3 \\
& + \\
& (595138474x^2\sqrt{-7} - 178912818x^2)y(x)^2 \\
& + \\
& (130805178x^3\sqrt{-7} - 44853634x^3)y(x) + 45713722x^4\sqrt{-7} + 52623102x^4 \\
& * \\
& \frac{2\sqrt{-7} \log(x)}{e^{\frac{1}{3}}} \\
& + \\
& (1123498215\sqrt{-7} - 2234704339)y(x)^3 \\
& + \\
& (-319243477x\sqrt{-7} - 1123498215x)y(x)^2
\end{aligned}$$

```

--R      +
--R      2 +----+      2      3 +----+      3
--R      (160499745x \|- 7 - 319243477x )y(x) - 45606211x \|- 7 - 160499745x
--R      /
--R      +----+      3      +----+      2
--R      (91714140\|- 7 - 182424844)y(x) + (78182076x\|- 7 + 275142420x)y(x)
--R      +
--R      2 +----+      2      3 +----+      3
--R      (- 39306060x \|- 7 + 78182076x )y(x) - 3722956x \|- 7 - 13102020x
--R      *
--R      +----+      2
--R      2\|- 7 log(x)
--R      - -----
--R      3
--R      (%e      )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 49

```

```

--S 50 of 139
ode168 := 3*(x**2-4)*D(y(x),x) + y(x)**2 - x*y(x) - 3
--R
--R
--R      2      ,      2
--R      (50) (3x - 12)y (x) + y(x) - x y(x) - 3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 50

```

```

--S 51 of 139
ode168a:=solve(ode168,y,x)
--R
--R
--R      (51) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 51

```

```

--S 52 of 139
ode169 := (a*x+b)**2*D(y(x),x) + (a*x+b)*y(x)**3 + c*y(x)**2
--R
--R
--R      2 2      2      ,      3      2
--R      (52) (a x + 2a b x + b )y (x) + (a x + b)y(x) + c y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 52

```

```

--S 53 of 139
ode169a:=solve(ode169,y,x)
--R
--R
--R (53) "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 53

```

```

--S 54 of 139
ode170 := x**3*D(y(x),x) - y(x)**2 - x**4
--R
--R
--R          3 ,          2    4
--R (54)  x y (x) - y(x) - x
--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 54

```

```

--S 55 of 139
yx:=solve(ode170,y,x)
--R
--R
--R          2          2
--R (y(x) - x )log(x) + x
--R (55)  -----
--R          2
--R        y(x) - x
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 55

```

```

--S 56 of 139
ode170expr := x**3*D(yx,x) - yx**2 - x**4
--R
--R
--R (56)
--R          5 ,          2    2    4    2    2    4
--R      - x y (x) + (- y(x) + 2x y(x) - x )log(x) + (- 2x y(x) + 2x )log(x)
--R
--R      +
--R          4    2    2    6    8    6    4
--R      (- x + x )y(x) + 2x y(x) - x + x - x
--R /
--R          2    2    4
--R      y(x) - 2x y(x) + x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 56

```

```

--S 57 of 139
ode171 := x**3*D(y(x),x) - y(x)**2 - x**2*y(x)
--R
--R
--R      3 ,      2      2
--R (57) x y (x) - y(x) - x y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 57

```

```

--S 58 of 139
yx:=solve(ode171,y,x)
--R
--R
--R      2
--R      - y(x) + x
--R (58) -----
--R      x y(x)
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 58

```

```

--S 59 of 139
ode171expr := x**3*D(yx,x) - yx**2 - x**2*yx
--R
--R
--R      6 ,      3      2      2      4
--R      - x y (x) + (2x - 1)y(x) + 2x y(x) - x
--R
--R (59) -----
--R      2      2
--R      x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 59

```

```

--S 60 of 139
ode172 := x**3*D(y(x),x) - x**4*y(x)**2 + x**2*y(x) + 20
--R
--R
--R      3 ,      4      2      2
--R (60) x y (x) - x y(x) + x y(x) + 20
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 60

```

```

--S 61 of 139

```

```

yx:=solve(ode172,y,x)
--R
--R
--R      11      2      9
--R      (7x  - 11x )y(x) + 35x  + 44
--R (61) -----
--R      11      2      9
--R      (36x  - 36x )y(x) + 180x  + 144
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 61

```

--S 62 of 139

```
ode172expr := x**3*D(yx,x) - x**4*yx**2 + x**2*yx + 20
```

```

--R
--R
--R (62)
--R      14 ,
--R      - 1296x  y (x)
--R
--R      +
--R      26      24      22      17      15      13      8
--R      - 49x  + 252x  + 25920x  + 154x  + 648x  - 51840x  - 121x
--R
--R      +
--R      6      4
--R      396x  + 25920x
--R
--R      *
--R      2
--R      y(x)
--R
--R      +
--R      24      22      20      15      13      11      6
--R      - 490x  + 2520x  + 259200x  + 154x  - 1944x  - 51840x  + 968x
--R
--R      +
--R      4      2
--R      - 3168x  - 207360x
--R
--R      *
--R      y(x)
--R
--R      +
--R      22      20      18      13      11      9      4
--R      - 1225x  + 6300x  + 648000x  - 3080x  - 12960x  + 1036800x  - 1936x
--R
--R      +
--R      2
--R      6336x  + 414720
--R
--R      /
--R      22      13      4      2      20      11      2
--R      (1296x  - 2592x  + 1296x )y(x) + (12960x  - 2592x  - 10368x )y(x)
--R
--R      +

```

```

--R          18          9
--R      32400x  + 51840x  + 20736
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 62

```

```

--S 63 of 139
ode173 := x**3*D(y(x),x) - x**6*y(x)**2 - (2*x-3)*x**2*y(x) + 3
--R
--R
--R          3 ,          6  2          3  2
--R      (63)  x y (x) - x y(x)  + (- 2x  + 3x )y(x) + 3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 63

```

```

--S 64 of 139
yx:=solve(ode173,y,x)
--R
--R
--R          3
--R      - x y(x) + 1
--R      (64)  -----
--R          3          4x
--R      (4x y(x) + 12)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 64

```

```

--S 65 of 139
ode173expr := x**3*D(yx,x) - x**6*yx**2 - (2*x-3)*x**2*yx + 3
--R
--R
--R      (65)
--R          6  4x ,          6  2          3          4x  2
--R      - 16x %e  y (x) + (48x y(x)  + 288x y(x) + 432)(%e  )
--R
--R      +
--R          9          8  2          6  5          3  2  4x  12  2
--R      ((24x  -12x )y(x)  + (48x  - 72x )y(x) - 72x  + 36x )%e  - x  y(x)
--R
--R      +
--R          9          6
--R      2x y(x) - x
--R
--R      /
--R          6  2          3          4x  2
--R      (16x y(x)  + 96x y(x) + 144)(%e  )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 65

```



```

--S 66 of 139
ode174 := x*(x**2+1)*D(y(x),x) + x**2*y(x)
--R
--R
--R      3      ,      2
--R (66) (x  + x)y (x) + x y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 66

--S 67 of 139
ode174a:=solve(ode174,y,x)
--R
--R
--R
--R      1
--R (67) [particular= 0,basis= [-----]]
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1
--R
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 67

--S 68 of 139
yx:=ode174a.particular
--R
--R
--R (68) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 68

--S 69 of 139
ode174expr := x*(x**2+1)*D(yx,x) + x**2*yx
--R
--R
--R (69) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 69

--S 70 of 139
ode175 := x*(x**2-1)*D(y(x),x) - (2*x**2-1)*y(x) + a*x**3
--R
--R
--R      3      ,      2      3
--R (70) (x  - x)y (x) + (- 2x  + 1)y(x) + a x
--R

```



```

--S 76 of 139
ode177 := x**2*(x-1)*D(y(x),x) - y(x)**2 - x*(x-2)*y(x)
--R
--R
--R      3      2      ,      2      2
--R      (76) (x - x )y (x) - y(x) + (- x + 2x)y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 76

```

```

--S 77 of 139
yx:=solve(ode177,y,x)
--R
--R
--R      2
--R      - y(x) + x
--R      (77) -----
--R      (x - 1)y(x)
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 77

```

```

--S 78 of 139
ode177expr := x**2*(x-1)*D(yx,x) - yx**2 - x*(x-2)*yx
--R
--R
--R      6      5      4      ,      3      2      2      2      4
--R      (- x + 2x - x )y (x) + (2x - 4x + 2x - 1)y(x) + 2x y(x) - x
--R      (78) -----
--R      2      2
--R      (x - 2x + 1)y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 78

```

```

--S 79 of 139
ode178 := 2*x*(x**2-1)*D(y(x),x) + 2*(x**2-1)*y(x)**2 -
          - (3*x**2-5)*y(x) + x**2 - 3
--R
--R
--R      3      ,      2      2      2      2
--R      (79) (2x - 2x)y (x) + (2x - 2)y(x) + (- 3x + 5)y(x) + x - 3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 79

```

```

--S 80 of 139
yx:=solve(ode178,y,x)
--R
--R
--R          +-----+  x      +----+
--R          | 2      ++      \|%CL      +-+
--R      (- y(x) + 1)\|x  - 1 | ----- d%CL  + \|x
--R          ++      +-----+
--R          | 2
--R          %CL\|%CL  - 1
--R (80) -----
--R          +-----+
--R          | 2
--R      (y(x) - 1)\|x  - 1
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 80

```

```

--S 81 of 139
ode178expr := 2*x*(x**2-1)*D(yx,x) + 2*(x**2-1)*yx**2 -
              - (3*x**2-5)*yx + x**2 - 3

```

```

--R
--R
--R (81)
--R          +-----+
--R          2      2      2      2      +-+ | 2
--R      ((2x  - 2)y(x)  + (- 4x  + 4)y(x) + 2x  - 2)\|x  \|x  - 1
--R *
--R      x      +----+      2
--R      ++      \|%CL
--R      | ----- d%CL
--R      ++      +-----+
--R          | 2
--R          %CL\|%CL  - 1
--R +
--R          +-----+
--R          2      2      2      2      +-+ | 2
--R      ((3x  - 5)y(x)  + (- 6x  + 10)y(x) + 3x  - 5)\|x  \|x  - 1
--R +
--R          3      3
--R      (- 4x  + 4x)y(x) + 4x  - 4x
--R *
--R      x      +----+
--R      ++      \|%CL
--R      | ----- d%CL
--R      ++      +-----+
--R          | 2

```

```

--I          %CL\|%CL - 1
--R  +
--R          4      2      ,
--R      (- 2x  + 2x )y (x)
--R  +
--R          +-----+
--R          2      2      2      2      +-+ | 2
--R      ((x  - 3)y(x)  + (- 2x  + 6)y(x) + x  + 2x - 3)\|x \|x  - 1
--R  +
--R          3      2      3
--R      (- 2x  + 2x)y(x)  + 2x  - 2x
--R  /
--R          +-----+
--R          2      +-+ | 2
--R      (y(x)  - 2y(x) + 1)\|x \|x  - 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 81

```

```

--S 82 of 139
ode179 := 3*x*(x**2-1)*D(y(x),x) + x*y(x)**2 - (x**2+1)*y(x) - 3*x
--R
--R
--R          3      ,      2      2
--R      (82)  (3x  - 3x)y (x) + x y(x)  + (- x  - 1)y(x) - 3x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 82

```

```

--S 83 of 139
ode179a:=solve(ode179,y,x)
--R
--R
--R      (83)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 83

```

```

--S 84 of 139
ode180 := (a*x**2+b*x+c)*(x*D(y(x),x)-y(x)) - y(x)**2 + x**2
--R
--R
--R          3      2      ,      2      2
--R      (84)  (a x  + b x  + c x)y (x) - y(x)  + (- a x  - b x - c)y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 84

```

--S 85 of 139 random generation, FAILURE OK.

yx:=solve(ode180,y,x)

--R

WARNING (genufact): No known algorithm to factor

$$\begin{aligned}
 & \frac{4}{?} + \frac{-4a^2c + 2b^2}{\frac{4a^3c - a^2b^2}{?}} - \frac{b^2}{\frac{4a^5c - a^4b^2}{?}}, \text{ trying square-free.} \\
 & \frac{4a^3c - a^2b^2}{?} - \frac{4a^5c - a^4b^2}{?}
 \end{aligned}$$

WARNING (genufact): No known algorithm to factor

$$\begin{aligned}
 & \frac{4}{?} + \frac{-4a^2c + 2b^2 - 4a^2b + 4a^2 - b^2 + 4a^2b - 4a^2}{\frac{4a^3c - a^2b^2}{?} + \frac{4a^5c - a^4b^2}{?}}, \text{ trying square-free.} \\
 & \frac{4a^3c - a^2b^2}{?} + \frac{4a^5c - a^4b^2}{?}
 \end{aligned}$$

WARNING (genufact): No known algorithm to factor

$$\begin{aligned}
 & \frac{9}{?} - \frac{9b^8}{a} + \frac{(144a^2b^4 - 24a^4)c - 36b^4 + 12b^7}{\frac{4a^3c - a^2b^2}{?}} \\
 & \frac{4a^3c - a^2b^2}{?}
 \end{aligned}$$

--R

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(-336a^3b^3 + 168a^5b^3)c + 84b^5 - 84b^6}{\frac{4a^4c - a^3b^2}{?}} \\
 & \frac{4a^4c - a^3b^2}{?}
 \end{aligned}$$

--R

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(2016a^2b^4 - 2016a^2b^2 + 144a^2)c}{(-1008a^6b^6 + 1512a^4b^4 - 192a^2b^2)c + 126b^8 - 252b^6 + 48b^4} \\
 & \frac{2016a^2b^4 - 2016a^2b^2 + 144a^2}{(-1008a^6b^6 + 1512a^4b^4 - 192a^2b^2)c + 126b^8 - 252b^6 + 48b^4}
 \end{aligned}$$

--R

$$\begin{aligned}
 & / \frac{16a^6c^2 - 8a^5b^2c + a^4b^4}{(-2016a^2b^5 + 3360a^2b^3 - 720a^2b^2)c + (1008a^7b^7 - 2520a^5b^5 + 960a^3b^3)c - 126b^9 + 420b^7 - 240b^5} \\
 & \frac{16a^6c^2 - 8a^5b^2c + a^4b^4}{(-2016a^2b^5 + 3360a^2b^3 - 720a^2b^2)c + (1008a^7b^7 - 2520a^5b^5 + 960a^3b^3)c - 126b^9 + 420b^7 - 240b^5}
 \end{aligned}$$

--R

$$\begin{aligned}
 & * \frac{5}{?} \\
 & \frac{5}{?}
 \end{aligned}$$

--R

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(-2016a^2b^5 + 3360a^2b^3 - 720a^2b^2)c}{(1008a^7b^7 - 2520a^5b^5 + 960a^3b^3)c - 126b^9 + 420b^7 - 240b^5} \\
 & \frac{(-2016a^2b^5 + 3360a^2b^3 - 720a^2b^2)c}{(1008a^7b^7 - 2520a^5b^5 + 960a^3b^3)c - 126b^9 + 420b^7 - 240b^5}
 \end{aligned}$$

--R

```

--R      /
--R      7 2      6 2      5 4
--R      16a c - 8a b c + a b
--R      *
--R      4
--R      ?
--R      +
--R      3 6      3 4      3 2      3 3
--R      (5376a b - 13440a b + 5760a b - 256a )c
--R      +
--R      2 8      2 6      2 4      2 2 2
--R      (- 4032a b + 13440a b - 9120a b + 640a b )c
--R      +
--R      10      8      6      4      12      10
--R      (1008a b - 4200a b + 3840a b - 384a b )c - 84b + 420b
--R      +
--R      8      6
--R      - 480b + 64b
--R      /
--R      9 3      8 2 2      7 4      6 6
--R      64a c - 48a b c + 12a b c - a b
--R      *
--R      3
--R      ?
--R      +
--R      3 7      3 5      3 3      3 3
--R      (- 2304a b + 8064a b - 5760a b + 768a b)c
--R      +
--R      2 9      2 7      2 5      2 3 2
--R      (1728a b - 8064a b + 9120a b - 1920a b )c
--R      +
--R      11      9      7      5      13      11
--R      (- 432a b + 2520a b - 3840a b + 1152a b )c + 36b - 252b
--R      +
--R      9      7
--R      480b - 192b
--R      /
--R      10 3      9 2 2      8 4      7 6
--R      64a c - 48a b c + 12a b c - a b
--R      *
--R      2
--R      ?
--R      +
--R      3 8      3 6      3 4      3 2 3
--R      (576a b - 2688a b + 2880a b - 768a b )c
--R      +

```

```

--R          2 10      2 8      2 6      2 4      2 2 2
--R      (- 432a b + 2688a b - 4560a b + 1920a b - 256a b )c
--R      +
--R          12      10      8      6      14      12
--R      (108a b - 840a b + 1920a b - 1152a b )c - 9b + 84b
--R      +
--R          10      8
--R      - 240b + 192b
--R      /
--R          11 3      10 2 2      9 4      8 6
--R      64a c - 48a b c + 12a b c - a b
--R      *
--R      ?
--R      +
--R          3 9      3 7      3 5      3 3 3
--R      (- 64a b + 384a b - 576a b + 256a b )c
--R      +
--R          2 11      2 9      2 7      2 5      2 3 2
--R      (48a b - 384a b + 912a b - 640a b + 256a b )c
--R      +
--R          13      11      9      7      15      13      11
--R      (- 12a b + 120a b - 384a b + 384a b )c + b - 12b + 48b
--R      +
--R          9
--R      - 64b
--R      /
--R          12 3      11 2 2      10 4      9 6
--R      64a c - 48a b c + 12a b c - a b
--R      , trying square-free.
--R      WARNING (genufact): No known algorithm to factor
--R          9 9b - 18a 8
--R      ? + ----- ?
--R          a
--R      +
--R          2      2      3      4      3
--R      (144a b - 576a b + 576a - 24a)c - 36b + 144a b
--R      +
--R          2      2      2
--R      (- 144a + 12)b - 24a b + 24a
--R      /
--R          3      2 2
--R      4a c - a b
--R      *
--R          7
--R      ?
--R      +

```


$$\begin{aligned}
& (336a^3b^2 - 2016a^2b^2 + (4032a^3 - 168a)b^4 - 2688a^4 + 336a^2)c^5 - 84b^5 \\
& + 504a^4b^2 + (-1008a^2 + 84)b^3 + (672a^3 - 336a)b^2 + 504a^2b^2 - 336a^3 \\
& / 4a^4c^3 - a^3b^2 \\
& * 6 \\
& ? \\
& + 2016a^2b^4 - 16128a^3b^3 + (48384a^4 - 2016a^2)b^2 \\
& + (-64512a^5 + 8064a^3)b^6 - 8064a^4 + 144a^2 \\
& * c^2 \\
& + (-1008a^6b^2 + 8064a^2b^5 + (-24192a^3 + 1512a)b^4 \\
& + (32256a^4 - 8064a^2)b^3 + (-16128a^5 + 16128a^3 - 192a)b^2 \\
& + (-16128a^4 + 480a^2)b^5 + 8064a^3 - 480a \\
& * c \\
& + 126b^8 - 1008a^7b^2 + (3024a^6 - 252)b^3 + (-4032a^3 + 1512a)b^5 \\
& + (2016a^4 - 3528a^2 + 48)b^4 + (4032a^3 - 192a)b^3 + (-2016a^4 + 336a^2)b^4 \\
& - 288a^3b^4 + 144a^4 \\
& / 16a^6c^2 - 8a^5b^2c + a^4b^4 \\
& * 5 \\
& ?
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \\
& \quad 2 \ 5 \quad \quad 3 \ 4 \quad \quad 4 \quad \quad 2 \ 3 \\
& \quad 2016a \ b^2 - 20160a^3 \ b + (80640a^4 - 3360a^2) \ b^3 \\
& + \\
& \quad \quad 5 \quad \quad 3 \ 2 \quad \quad 6 \quad \quad 4 \quad \quad 2 \\
& \quad (-161280a^5 + 20160a^3) \ b^2 + (161280a^6 - 40320a^4 + 720a^2) \ b \\
& + \\
& \quad \quad 7 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \\
& \quad -64512a^7 + 26880a^5 - 1440a^3 \\
& * \\
& \quad 2 \\
& \quad c \\
& + \\
& \quad \quad 7 \quad \quad 2 \ 6 \quad \quad 3 \quad \quad 5 \\
& \quad -1008a^7 \ b + 10080a^2 \ b^6 + (-40320a^3 + 2520a) \ b^5 \\
& + \\
& \quad \quad 4 \quad \quad 2 \ 4 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \quad \quad 3 \\
& \quad (80640a^4 - 18480a^2) \ b^4 + (-80640a^5 + 53760a^3 - 960a) \ b^3 \\
& + \\
& \quad \quad 6 \quad \quad 4 \quad \quad 2 \ 2 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \quad \quad 6 \\
& \quad (32256a^6 - 80640a^4 + 4320a^2) \ b^2 + (67200a^5 - 7200a^3) \ b - 26880a^6 \\
& + \\
& \quad \quad 4 \\
& \quad 4800a^4 \\
& * \\
& \quad c \\
& + \\
& \quad \quad 9 \quad \quad 8 \quad \quad 2 \quad \quad 7 \quad \quad 3 \quad \quad 6 \\
& \quad 126b^9 - 1260a^8 \ b + (5040a^2 - 420) \ b^7 + (-10080a^3 + 3360a) \ b^6 \\
& + \\
& \quad \quad 4 \quad \quad 2 \quad \quad 5 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \quad \quad 4 \\
& \quad (10080a^4 - 10920a^2 + 240) \ b^5 + (-4032a^5 + 18480a^3 - 1440a) \ b^4 \\
& + \\
& \quad \quad 4 \quad \quad 2 \ 3 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \ 2 \quad \quad 4 \quad \quad 5 \\
& \quad (-16800a^4 + 3600a^2) \ b^3 + (6720a^5 - 4800a^3) \ b^2 + 3600a^4 \ b - 1440a^5 \\
& / \\
& \quad \quad 7 \ 2 \quad \quad 6 \ 2 \quad \quad 5 \ 4 \\
& \quad 16a^7 \ c^2 - 8a^6 \ b \ c^2 + a^5 \ b^4 \\
& * \\
& \quad 4 \\
& \quad ? \\
& + \\
& \quad \quad 3 \ 6 \quad \quad 4 \ 5 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \ 4 \\
& \quad 5376a^3 \ b^6 - 64512a^4 \ b^5 + (322560a^5 - 13440a^3) \ b^4 \\
& + \\
& \quad \quad 6 \quad \quad 4 \ 3 \quad \quad 7 \quad \quad 5 \quad \quad 3 \ 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-860160a^8 + 107520a^6)b + (1290240a^4 - 322560a^2 + 5760a)b \\
& + (-1032192a^8 + 430080a^6 - 23040a^4)b + 344064a^9 - 215040a^7 \\
& + 23040a^5 - 256a^3 \\
& * c^3 \\
& + (-4032a^2b^8 + 48384a^3b^7 + (-241920a^4 + 13440a^2)b^6 \\
& + (645120a^5 - 120960a^3)b^5 + (-967680a^6 + 443520a^4 - 9120a^2)b^4 \\
& + (774144a^7 - 860160a^5 + 55680a^3)b^3 \\
& + (-258048a^8 + 967680a^6 - 132480a^4 + 640a^2)b^2 \\
& + (-645120a^7 + 153600a^5 - 1792a^3)b + 215040a^8 - 76800a^6 + 1792a^4 \\
& * c^2 \\
& + 1008a^{10}b - 12096a^2b^9 + (60480a^3 - 4200a)b^8 \\
& + (-161280a^4 + 40320a^2)b^7 + (241920a^5 - 161280a^3 + 3840a)b^6 \\
& + (-193536a^6 + 349440a^4 - 27840a^2)b^5 \\
& + (64512a^7 - 443520a^5 + 83520a^3 - 384a)b^4 \\
& + (322560a^6 - 134400a^4 + 1792a^2)b^3 \\
& + (-107520a^7 + 124800a^5 - 3584a^3)b^2 + (-69120a^6 + 3584a^4)b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \\
& 23040a^7 - 1792a^5 \\
& * \\
& c \\
& + \\
& - 84b^{12} + 1008ab^{11} + (-5040a^2 + 420)b^{10} + (13440a^3 - 4200a^2)b^9 \\
& + \\
& (-20160a^4 + 17640a^2 - 480)b^8 + (16128a^5 - 40320a^3 + 3840a^2)b^7 \\
& + \\
& (-5376a^6 + 53760a^4 - 12960a^2 + 64)b^6 \\
& + \\
& (-40320a^5 + 24000a^3 - 384a^2)b^5 + (13440a^6 - 26400a^4 + 1024a^2)b^4 \\
& + \\
& (17280a^5 - 1536a^3)b^3 + (-5760a^6 + 1408a^4)b^2 - 768ab + 256a^6 \\
& / \\
& 64a^9c^3 - 48a^8b^2c^2 + 12a^7b^4c - a^6b^6 \\
& * \\
& 3 \\
& ? \\
& + \\
& 2304a^3b^7 - 32256a^4b^6 + (193536a^5 - 8064a^3)b^5 \\
& + \\
& (-645120a^6 + 80640a^4)b^4 + (1290240a^7 - 322560a^5 + 5760a^3)b^3 \\
& + \\
& (-1548288a^8 + 645120a^6 - 34560a^4)b^2 \\
& + \\
& (1032192a^9 - 645120a^7 + 69120a^5 - 768a^3)b - 294912a^{10} \\
& + \\
& 258048a^8 - 46080a^6 + 1536a^4 \\
& * \\
& 3 \\
& c \\
& + \\
& 2^9 \quad 3^8 \quad 4 \quad 2^7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 1728a^2 b^3 + 24192a^3 b^2 + (- 145152a^4 + 8064a^5) b \\
& + (483840a^5 - 88704a^6) b^2 + (- 967680a^6 + 411264a^7 - 9120a^8) b^3 \\
& + (1161216a^7 - 1048320a^8 + 73920a^9) b^4 \\
& + (- 774144a^8 + 1612800a^9 - 243840a^{10} + 1920a^{11}) b^5 \\
& + (221184a^9 - 1548288a^{10} + 418560a^{11} - 9216a^{12}) b^6 \\
& + (903168a^8 - 384000a^9 + 16128a^{10}) b^7 - 258048a^9 + 153600a^7 - 10752a^5 \\
& * c^2 \\
& + (432a^{11} b - 6048a^2 b^{10} + (36288a^3 - 2520a^9) b^9 \\
& + (- 120960a^4 + 29232a^8) b^2 + (241920a^5 - 145152a^3 + 3840a^7) b^5 \\
& + (- 290304a^6 + 403200a^4 - 35520a^2) b^6 \\
& + (193536a^7 - 685440a^5 + 139200a^3 - 1152a) b^5 \\
& + (- 55296a^8 + 725760a^6 - 301440a^4 + 7680a^2) b^4 \\
& + (- 451584a^7 + 393600a^5 - 21504a^3) b^3 \\
& + (129024a^8 - 318720a^6 + 32256a^4) b^2 + (161280a^7 - 26880a^5) b \\
& - 46080a^8 + 10752a^6 \\
& * c \\
& +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 36b^{13} + 504a b^{12} + (- 3024a^2 + 252)b^{11} + (10080a^3 - 3024a)b^{10} \\
& + (- 20160a^4 + 15624a^2 - 480)b^9 + (24192a^5 - 45360a^3 + 4800a)b^8 \\
& + (- 16128a^6 + 80640a^4 - 20640a^2 + 192)b^7 \\
& + (4608a^7 - 88704a^5 + 49920a^3 - 1536a)b^6 \\
& + (56448a^6 - 74400a^4 + 5376a^2)b^5 + (- 16128a^7 + 70080a^5 - 10752a^3)b^4 \\
& + (- 40320a^6 + 13440a^4)b^3 + (11520a^7 - 10752a^5)b^2 + 5376a^6b - 1536a^7b \\
& / \\
& 64a^{10}c^3 - 48a^9b^2c^2 + 12a^8b^4c - a^7b^6 \\
& * \\
& \quad 2 \\
& \quad ? \\
& + \\
& \quad 576a^3b^8 - 9216a^4b^7 + (64512a^5 - 2688a^3)b^6 \\
& \quad + (- 258048a^6 + 32256a^4)b^5 + (645120a^7 - 161280a^5 + 2880a^3)b^4 \\
& \quad + (- 1032192a^8 + 430080a^6 - 23040a^4)b^3 \\
& \quad + (1032192a^9 - 645120a^7 + 69120a^5 - 768a^3)b^2 \\
& \quad + (- 589824a^{10} + 516096a^8 - 92160a^6 + 3072a^4)b + 147456a^{11} \\
& \quad - 172032a^9 + 46080a^7 - 3072a^5 \\
& * \\
& \quad c^3 \\
& + \\
& \quad 2^{10} \quad 3^9 \quad 4 \quad 2^8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 432a^2 b^3 + 6912a^3 b^2 + (-48384a^4 + 2688a^5)b^6 \\
& + (193536a^5 - 34944a^6)b^7 + (-483840a^6 + 196224a^7 - 4560a^8)b^8 \\
& + (774144a^7 - 623616a^8 + 46080a^9)b^9 \\
& + (-774144a^8 + 1236480a^9 - 195840a^{10} + 1920a^{11})b^{10} \\
& + (442368a^9 - 1591296a^{10} + 453120a^{11} - 13056a^{12})b^{11} \\
& + (-110592a^{10} + 1333248a^{11} - 610560a^{12} + 34560a^{13} - 256a^{14})b^{12} \\
& + (-688128a^9 + 460800a^{10} - 43008a^{11} + 1024a^{12})b^{13} + 172032a^{14} \\
& - 153600a^8 + 21504a^6 - 1024a^4 \\
& * c^2 \\
& + 108a^{12} b^2 - 1728a^{11} b^3 + (12096a^3 - 840a^{10})b^8 \\
& + (-48384a^4 + 11424a^9)b^5 + (120960a^5 - 67872a^3 + 1920a^8)b^8 \\
& + (-193536a^6 + 231168a^4 - 21600a^7)b^2 \\
& + (193536a^7 - 497280a^5 + 105120a^3 - 1152a^6)b^7 \\
& + (-110592a^8 + 698880a^6 - 289920a^4 + 9984a^2)b^5 \\
& + (27648a^9 - 634368a^7 + 498240a^5 - 36864a^3)b^4 \\
& + (344064a^8 - 552960a^6 + 75264a^4 + 512a^2)b^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \\
& (- 86016a^9 + 399360a^7 - 91392a^5 - 2560a^3)b^2 \\
& + \\
& (- 184320a^8 + 64512a^6 + 4096a^4)b^9 + 46080a^7 - 21504a^5 - 2048a^3 \\
& * \\
& c \\
& + \\
& - 9b^{14} + 144a^13b^2 + (- 1008a^2 + 84)b^{12} + (4032a^3 - 1176a)b^{11} \\
& + \\
& (- 10080a^4 + 7224a^2 - 240)b^{10} + (16128a^5 - 25536a^3 + 2880a)b^9 \\
& + \\
& (- 16128a^6 + 57120a^4 - 15120a^2 + 192)b^8 \\
& + \\
& (9216a^7 - 83328a^5 + 45600a^3 - 1920a)b^7 \\
& + \\
& (- 2304a^8 + 77952a^6 - 87120a^4 + 8448a^2)b^6 \\
& + \\
& (- 43008a^7 + 109440a^5 - 21504a^3)b^5 \\
& + \\
& (10752a^8 - 90240a^6 + 34944a^4 - 256a^2)b^4 \\
& + \\
& (46080a^7 - 37632a^5 + 1536a^3)b^3 + (- 11520a^8 + 26880a^6 - 3328a^4)b^2 \\
& + \\
& (- 12288a^7 + 3072a^5)b^8 + 3072a^6 - 1024a^4 \\
& / \\
& 64a^{11}c^3 - 48a^{10}b^2c^2 + 12a^9b^4c^4 - a^8b^6 \\
& * \\
& ? \\
& + \\
& 64a^3b^9 - 1152a^4b^8 + (9216a^5 - 384a^3)b^7 + (- 43008a^6 + 5376a^4)b^6 \\
& + \\
& (129024a^7 - 32256a^5 + 576a^3)b^5
\end{aligned}$$


```

--R      +
--R      8      6      4  4
--R      (- 258048a + 107520a - 5760a )b
--R      +
--R      9      7      5      3  3
--R      (344064a - 215040a + 23040a - 256a )b
--R      +
--R      10      8      6      4  2
--R      (- 294912a + 258048a - 46080a + 1536a )b
--R      +
--R      11      9      7      5      12      10
--R      (147456a - 172032a + 46080a - 3072a )b - 32768a + 49152a
--R      +
--R      8      6
--R      - 18432a + 2048a
--R      *
--R      3
--R      c
--R      +
--R      2 11      3 10      4      2  9
--R      - 48a b + 864a b + (- 6912a + 384a )b
--R      +
--R      5      3  8      6      4      2  7
--R      (32256a - 5760a )b + (- 96768a + 38016a - 912a )b
--R      +
--R      7      5      3  6
--R      (193536a - 145152a + 11040a )b
--R      +
--R      8      6      4      2  5
--R      (- 258048a + 354816a - 57600a + 640a )b
--R      +
--R      9      7      5      3  4
--R      (221184a - 580608a + 168960a - 5632a )b
--R      +
--R      10      8      6      4      2  3
--R      (- 110592a + 645120a - 303360a + 20224a - 256a )b
--R      +
--R      11      9      7      5      3  2
--R      (24576a - 479232a + 336384a - 37376a + 1536a )b
--R      +
--R      10      8      6      4      11      9
--R      (221184a - 215040a + 35840a - 3072a )b - 49152a + 61440a
--R      +
--R      7      5
--R      - 14336a + 2048a
--R      *

```

```

--R      2
--R      c
--R      +
--R      13      2 12      3      11      4      2 10
--R      12a b  - 216a b  + (1728a - 120a)b  + (- 8064a + 1872a )b
--R      +
--R      5      3      9      6      4      2 8
--R      (24192a - 12960a + 384a)b  + (- 48384a + 52416a - 5088a )b
--R      +
--R      7      5      3      7
--R      (64512a - 137088a + 29664a - 384a)b
--R      +
--R      8      6      4      2 6
--R      (- 55296a + 241920a - 100032a + 4096a )b
--R      +
--R      9      7      5      3 5
--R      (27648a - 290304a + 215616a - 18944a )b
--R      +
--R      10      8      6      4      2 4
--R      (- 6144a + 230400a - 309888a + 49664a + 512a )b
--R      +
--R      9      7      5      3 3
--R      (- 110592a + 301056a - 80640a - 3584a )b
--R      +
--R      10      8      6      4 2
--R      (24576a - 196608a + 82432a + 9216a )b
--R      +
--R      9      7      5      10      8      6
--R      (82944a - 50176a - 10240a )b - 18432a + 14336a + 4096a
--R      *
--R      c
--R      +
--R      15      14      2      13      3      12
--R      - b + 18a b + (- 144a + 12)b + (672a - 192a)b
--R      +
--R      4      2      11      5      3      10
--R      (- 2016a + 1368a - 48)b + (4032a - 5712a + 672a)b
--R      +
--R      6      4      2      9
--R      (- 5376a + 15456a - 4176a + 64)b
--R      +
--R      7      5      3      8
--R      (4608a - 28224a + 15168a - 768a)b
--R      +
--R      8      6      4      2 7
--R      (- 2304a + 34944a - 35664a + 4096a )b

```

```

--R      +
--R      9      7      5      3 6
--R      (512a - 28416a + 56736a - 12800a )b
--R      +
--R      8      6      4      2 5
--R      (13824a - 61824a + 25984a - 256a )b
--R      +
--R      9      7      5      3 4
--R      (- 3072a + 45312a - 35840a + 2048a )b
--R      +
--R      8      6      4 3      9      7      5 2
--R      (- 20736a + 34048a - 6400a )b + (4608a - 22016a + 9728a )b
--R      +
--R      8      6      9      7
--R      (9216a - 7168a )b - 2048a + 2048a
--R      /
--R      12 3      11 2 2      10 4      9 6
--R      64a c - 48a b c + 12a b c - a b
--R      , trying square-free.
--R
--R      (85)
--R      - y(x) + x
--R      /
--R      (2y(x) + 2x)
--R      *
--R      %e
--R      **
--R      2
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R
--R      Type: Union(Expression Integer,...)
--E 85

```



```

--R          2          2          2
--R      (8a c - 2a b )x + 4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|- 4a c + b
--R      +
--R          2          2
--R      - y(x)  + 2x y(x) - x
--R      /
--R          2          2
--R      (4y(x)  + 8x y(x) + 4x )
--R      *
--R      %e
--R      **
--R          2
--R      *
--R      log
--R
--R          2 2          2 |          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b
--R      +
--R          2          2          3
--R      (8a c - 2a b )x + 4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|- 4a c + b
--R      **
--R      2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 86

```

```

--S 87 of 139
ode181 := x**4*(D(y(x),x)+y(x)**2) + a

```

```

--R
--R
--R      4 ,      4      2
--R      (87) x y (x) + x y(x)  + a

```

Type: Expression Integer

--E 87

--S 88 of 139

yx:=solve(ode181,y,x)

--R

--R

--R WARNING (genufact): No known algorithm to factor ?² + a, trying square-free.

--R

--R

$$(88) \frac{\sqrt{-a - x y(x)} + x^2}{\dots}$$

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--E 88

--S 89 of 139

ode181expr := x**4*(D(yx,x)+yx**2) + a

--R

--R

--R (89)

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

```

--R      7      6      4
--R      2x y(x) - x + a x
--R /
--R      2      +----+      4      2      3      2      2
--R      ((8a x y(x) - 8a x)\|- a + 4a x y(x) - 8a x y(x) + 4a x - 4a )
--R *
--R      +----+ 2
--R      2\|- a
--R      -----
--R      x
--R      (%e      )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 89

```

```

--S 90 of 139
ode182 := x*(x**3-1)*D(y(x),x) - 2*x*y(x)**2 + y(x) + x**2
--R
--R
--R      4      ,      2      2
--R      (90) (x - x)y (x) - 2x y(x) + y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 90

```

This never completes

```
ode182a:=solve(ode182,y,x)
```

```
<*)+≡
```

```
--S 91 of 139
```

```
ode183 := (2*x**4-x)*D(y(x),x) - 2*(x**3-1)*y(x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      4      3  
--R (91) (2x - x)y (x) + (- 2x + 2)y(x)
```

```
--R
```

```
--R
```

Type: Expression Integer

```
--E 91
```

```
--S 92 of 139
```

```
ode183a:=solve(ode183,y,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      2  
--R      x  
--R (92) [particular= 0,basis= [-----]]  
--R      +-----+
```

```
--R      3| 3  
--R      \|2x - 1
```

```
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
```

```
--E 92
```

```
--S 93 of 139
```

```
yx:=ode183a.particular
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (93) 0
```

```
--R
```

Type: Expression Integer

```
--E 93
```

```
--S 94 of 139
```

```
ode183expr := (2*x**4-x)*D(yx,x) - 2*(x**3-1)*yx
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (94) 0
```

```
--R
```

Type: Expression Integer

```
--E 94
```

```
--S 95 of 139
```

```
ode184 := (a*x**2+b*x+c)**2*(D(y(x),x)+y(x)**2) + A
```



```

--R
--R
--R (95)
--R      2 4      3      2 2      2
--R      (a x  + 2a b x  + (2a c + b )x  + 2b c x + c )y (x) ,
--R
--R      +
--R      2 4      3      2 2      2 2
--R      (a x  + 2a b x  + (2a c + b )x  + 2b c x + c )y(x)  + A
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 95

```

This never completes

ode184a:=solve(ode184,y,x)

<*)+≡

--S 96 of 139

ode185 := x**7*D(y(x),x) + 2*(x**2+1)*y(x)**3 + 5*x**3*y(x)**2

--R

--R

--R (96) $x^7 y(x) + (2x^2 + 2)y(x)^3 + 5x^3 y(x)^2$

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 96

--S 97 of 139

ode185a:=solve(ode185,y,x)

--R

--R

--R (97) "failed"

--R

Type: Union("failed",...)

--E 97

--S 98 of 139

ode186 := x**n*D(y(x),x) + y(x)**2 -(n-1)*x**(n-1)*y(x) + x**(2*n-2)

--R

--R

--R (98) $x^n y(x) + x^{2n-2} + (-n+1)y(x)x^{n-1} + y(x)^2$

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 98

--S 99 of 139

ode186a:=solve(ode186,y,x)

--R

--R

--R (99) "failed"

--R

Type: Union("failed",...)

--E 99

--S 100 of 139

ode187 := x**n*D(y(x),x) - a*y(x)**2 - b*x**(2*n-2)

--R

--R

--R $x^n, 2n-2, 2$

```

--R (100)  $x y(x) - b x^3 - a y(x)$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 100

--S 101 of 139
ode187a:=solve(ode187,y,x)
--R
--R
--R (101) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 101

--S 102 of 139
ode188 := x**(2*n+1)*D(y(x),x) - a*y(x)**3 - b*x**3*n
--R
--R
--R 
$$(102) \quad x^{2n+1} y(x) - a y(x)^3 - b n x^3$$

--R
--R Type: Expression Integer
--E 102

--S 103 of 139
ode188a:=solve(ode188,y,x)
--R
--R
--R (103) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 103

--S 104 of 139
ode189 := x**(m*(n-1)+n)*D(y(x),x) - a*y(x)**n - b*x**(n*(m+1))
--R
--R
--R 
$$(104) \quad x^{(m+1)n-m} y(x) - a y(x)^n - b x^{(m+1)n}$$

--R
--R Type: Expression Integer
--E 104

--S 105 of 139
ode189a:=solve(ode189,y,x)
--R
--R
--R (105) "failed"

```

--R Type: Union("failed",...)
 --E 105

--S 106 of 139
 ode190 := sqrt(x**2-1)*D(y(x),x) - sqrt(y(x)**2-1)

--R
 --R
 --R +-----+ +-----+
 --R | 2 , | 2
 --R (106) \|x - 1 y (x) - \|y(x) - 1

--R Type: Expression Integer
 --E 106

--S 107 of 139
 ode190a:=solve(ode190,y,x)

--R
 --R
 --R (107) "failed"
 --R Type: Union("failed",...)
 --E 107

--S 108 of 139
 ode191 := sqrt(1-x**2)*D(y(x),x) - y(x)*sqrt(y(x)**2-1)

--R
 --R
 --R +-----+ +-----+
 --R | 2 , | 2
 --R (108) \|- x + 1 y (x) - y(x)\|y(x) - 1

--R Type: Expression Integer
 --E 108

--S 109 of 139
 ode191a:=solve(ode191,y,x)

--R
 --R
 --R (109) "failed"
 --R Type: Union("failed",...)
 --E 109

--S 110 of 139
 ode192 := sqrt(x**2+a**2)*D(y(x),x) + y(x) - sqrt(x**2+a**2) + x

--R
 --R
 --R +-----+ +-----+

```

--R      | 2 2 ,      | 2 2
--R (110) \|x + a y (x) - \|x + a + y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 110

--S 111 of 139
ode192a:=solve(ode192,y,x)
--R
--R
--R (111)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2 2      | 2 2      | 2 2
--R [particular= (- \|x + a + x)log(\|x + a - x),basis= [\|x + a - x]]
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 111

--S 112 of 139
yx:=ode192a.particular
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2 2      | 2 2
--R (112) (- \|x + a + x)log(\|x + a - x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 112

--S 113 of 139
ode192expr := sqrt(x**2+a**2)*D(yx,x) + yx - sqrt(x**2+a**2) + x
--R
--R
--R (113) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 113

--S 114 of 139
ode193 := x*D(y(x),x)*log(x) + y(x) - a*x*(log(x)+1)
--R
--R
--R      ,
--R (114) x log(x)y (x) - a x log(x) + y(x) - a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 114

--S 115 of 139

```

```

ode193a:=solve(ode193,y,x)
--R
--R
--R
--R      1
--R (115) [particular= a x,basis= [-----]]
--R      log(x)
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 115

```

```

--S 116 of 139
yx:=ode193a.particular
--R
--R (116) a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 116

```

```

--S 117 of 139
ode193expr := x*D(yx,x)*log(x) + yx - a*x*(log(x)+1)
--R
--R (117) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 117

```

```

--S 118 of 139
ode194 := x*D(y(x),x)*log(x) - y(x)**2*log(x) - _
        (2*log(x)**2+1)*y(x) - log(x)**3
--R
--R
--R      ,
--R      3      2      2
--R (118) x log(x)y (x) - log(x) - 2y(x)log(x) - y(x) log(x) - y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 118

```

```

--S 119 of 139
ode194a:=solve(ode194,y,x)
--R
--R
--R (119) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 119

```

```

--S 120 of 139
ode195 := sin(x)*D(y(x),x) - y(x)**2*sin(x)**2 + (cos(x) - 3*sin(x))*y(x) + 4
--R
--R

```

```

--R      ,      2      2
--R (120) sin(x)y'(x) - y(x) sin(x) - 3y(x)sin(x) + y(x)cos(x) + 4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 120

```

```

--S 121 of 139
yx:=solve(ode195,y,x)
--R
--R
--R      - y(x)sin(x) + 1
--R (121) -----
--R      5x      5x
--R      5y(x)%e sin(x) + 20%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 121

```

```

--S 122 of 139
ode195expr:=sin(x)*D(yx,x) - yx**2*sin(x)**2 + (cos(x) - 3*sin(x))*yx + 4
--R
--R
--R (122)
--R      5x      2 ,      2      4      2 5x      3
--R      - 25%e sin(x) y'(x) - y(x) sin(x) + (40y(x) %e + 2y(x))sin(x)
--R
--R      +
--R      2 5x 2      2      5x      2
--R      (100y(x) (%e ) + (- 5y(x) cos(x) + 120y(x))%e - 1)sin(x)
--R
--R      +
--R      5x 2      5x      5x 2
--R      (800y(x)(%e ) + (- 40y(x)cos(x) - 160)%e )sin(x) + 1600(%e )
--R
--R      +
--R      5x
--R      20cos(x)%e
--R
--R      /
--R      2 5x 2      2      5x 2      5x 2
--R      25y(x) (%e ) sin(x) + 200y(x)(%e ) sin(x) + 400(%e )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 122

```

```

--S 123 of 139
ode196 := cos(x)*D(y(x),x) + y(x) + (1 + sin(x))*cos(x)
--R
--R
--R
--R (123) cos(x)y'(x) + cos(x)sin(x) + cos(x) + y(x)

```

```
--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 123
```

```
--S 124 of 139
ode196a:=solve(ode196,y,x)
```

```
--R
--R
--R (124)
--R [
--R   particular =
--R           sin(x) - cos(x) - 1
--R   (- 4sin(x) + 4cos(x) + 4)log(-----)
--R                               cos(x) + 1
--R   +
--R           2           2
--R   (2sin(x) - 2cos(x) - 2)log(-----) - sin(x) + (cos(x) + 1)sin(x)
--R                               cos(x) + 1
--R   /
--R   sin(x) + cos(x) + 1
--R   ,
--R   basis= [-----]]
--R           sin(x) - cos(x) - 1
--R           sin(x) + cos(x) + 1
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 124
```

```
--S 125 of 139
yx:=ode196a.particular
```

```
--R
--R
--R (125)
--R           sin(x) - cos(x) - 1
--R   (- 4sin(x) + 4cos(x) + 4)log(-----)
--R                               cos(x) + 1
--R   +
--R           2           2
--R   (2sin(x) - 2cos(x) - 2)log(-----) - sin(x) + (cos(x) + 1)sin(x)
--R                               cos(x) + 1
--R   /
--R   sin(x) + cos(x) + 1
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 125
```

```
--S 126 of 139
ode196expr := cos(x)*D(yx,x) + yx + (1 + sin(x))*cos(x)
```



```

--R
--R
--R (126)
--R      2      2      4      3      2
--R      (- 8cos(x) - 12cos(x) - 4)sin(x) - 8cos(x) - 12cos(x) + 4cos(x)
--R      +
--R      12cos(x) + 4
--R      *
--R      sin(x) - cos(x) - 1
--R      log(-----)
--R      cos(x) + 1
--R      +
--R      2      2      4      3      2
--R      (4cos(x) + 6cos(x) + 2)sin(x) + 4cos(x) + 6cos(x) - 2cos(x)
--R      +
--R      - 6cos(x) - 2
--R      *
--R      2
--R      log(-----)
--R      cos(x) + 1
--R      +
--R      2      3      3      2
--R      (- cos(x) - 4cos(x) - 1)sin(x) + (cos(x) - cos(x))sin(x)
--R      +
--R      4      3      5      3
--R      (- cos(x) - 4cos(x) + 4cos(x) + 1)sin(x) + cos(x) - 2cos(x) + cos(x)
--R      /
--R      2      2      3      2
--R      (cos(x) + 1)sin(x) + (2cos(x) + 4cos(x) + 2)sin(x) + cos(x) + 3cos(x)
--R      +
--R      3cos(x) + 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 126

```

```

--S 127 of 139
ode197 := cos(x)*D(y(x),x) - y(x)**4 - y(x)*sin(x)
--R
--R
--R      ,
--R      (127) cos(x)y (x) - y(x)sin(x) - y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 127

```

```

--S 128 of 139
yx:=solve(ode197,y,x)

```

```

--R
--R
--R      3      2      3
--R      (2y(x) cos(x) + y(x) )sin(x) + 1
--R (128) -----
--R              3      3
--R             y(x) cos(x)
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 128

```

```

--S 129 of 139
ode197expr := cos(x)*D(yx,x) - yx**4 - yx*sin(x)
--R
--R
--R (129)
--R      8      10 ,
--R      - 3y(x) cos(x) y (x)
--R
--R      +
--R      12      8      12      6      12      4
--R      - 16y(x) cos(x) - 32y(x) cos(x) - 24y(x) cos(x)
--R
--R      +
--R      12      2      12
--R      - 8y(x) cos(x) - y(x)
--R
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      9      6      9      4      9      2      9      3
--R      (- 32y(x) cos(x) - 48y(x) cos(x) - 24y(x) cos(x) - 4y(x) )sin(x)
--R
--R      +
--R      12      9      6      4      6      2      6      2
--R      (2y(x) cos(x) - 24y(x) cos(x) - 24y(x) cos(x) - 6y(x) )sin(x)
--R
--R      +
--R      9      9      3      2      3      12      13
--R      (2y(x) cos(x) - 8y(x) cos(x) - 4y(x) )sin(x) + 2y(x) cos(x)
--R
--R      +
--R      12      11
--R      y(x) cos(x) - 1
--R
--R      /
--R      12      12
--R      y(x) cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 129

```

```

--S 130 of 139

```

```

ode198 := sin(x)*cos(x)*D(y(x),x) - y(x) - sin(x)**3
--R
--R
--R
--R      (130)  cos(x)sin(x)y'(x) - sin(x)3 - y(x)
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E 130

--S 131 of 139
ode198a:=solve(ode198,y,x)
--R
--R
--R
--R      (131)  [particular= - sin(x),basis= [-----]]
--R
--R
--R
--R                                                    Type: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 131

--S 132 of 139
yx:=ode198a.particular
--R
--R
--R      (132)  - sin(x)
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E 132

--S 133 of 139
ode198expr := sin(x)*cos(x)*D(yx,x) - yx - sin(x)**3
--R
--R
--R
--R      (133)  - sin(x)3 + (- cos(x)2 + 1)sin(x)
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E 133

--S 134 of 139
ode199 := sin(2*x)*D(y(x),x) + sin(2*y(x))
--R
--R
--R
--R      (134)  sin(2x)y'(x) + sin(2y(x))
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E 134

```

```

--S 135 of 139
ode199a:=solve(ode199,y,x)
--R
--R
--R (135) "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 135

--S 136 of 139
ode200 := (a*sin(x)**2+b)*D(y(x),x) + a*y(x)*sin(2*x) + A*x*(a*sin(x)**2+c)
--R
--R
--R                                     2           2
--R (136) (a sin(x)  + b)y (x) + a y(x)sin(2x) + A a x sin(x)  + A c x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 136

--S 137 of 139
ode200a:=solve(ode200,y,x)
--R
--R
--R (137)
--R
--R                                     2           2
--R          - 2A a x cos(x)sin(x) - A a cos(x)  + (2A c + A a)x
--R [particular= -----,
--R                                     2
--R                                4a cos(x)  - 4b - 4a
--R
--R          1
--R basis= [-----]]
--R          2
--R        a cos(x)  - b - a
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 137

--S 138 of 139
yx:=ode200a.particular
--R
--R
--R                                     2           2
--R          - 2A a x cos(x)sin(x) - A a cos(x)  + (2A c + A a)x
--R (138) -----
--R                                     2
--R                                4a cos(x)  - 4b - 4a
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 138

```

--S 139 of 139

ode200expr := (a*sin(x)**2+b)*D(yx,x) + a*yx*sin(2*x) + A*x*(a*sin(x)**2+c)

--R

--R

--R (139)

$$\begin{aligned}
 & (-2A^3 a^3 x^3 \cos(x) + (2A^2 a^2 b + 2A^3 a^3)x^2 \cos(x)) \sin(x) - A^3 a^4 \cos(x) \\
 & + ((2A^2 a^2 c + A^3 a^3)x^2 + A^2 a^2 b + A^3 a^3) \cos(x) \\
 & + ((-2A^2 a^2 b - 2A^3 a^3)c - A^2 a^2 b - A^3 a^3)x^2 \\
 & * \sin(2x) \\
 & + (-2A^3 a^3 x^3 \cos(x) + (-2A^2 a^2 b - 2A^3 a^3)x^2) \sin(x) \\
 & + (-2A^3 a^3 \cos(x) + (4A^2 a^2 c + 2A^3 a^3)x^2) \cos(x) \sin(x) \\
 & + 2A^3 a^3 x^3 \cos(x) + (4A^2 a^2 c - 8A^2 a^2 b - 4A^3 a^3)x^2 \cos(x) \\
 & + ((-4A^2 a^2 b - 4A^3 a^3)c + 2A^2 a^2 b + 4A^2 a^2 b + 2A^3 a^3)x^2 \\
 & * \sin(x) \\
 & + (-2A^2 a^2 b \cos(x) + (4A^2 a^2 b c + 2A^2 a^2 b)x^2) \cos(x) \sin(x) \\
 & + (4A^2 a^2 c - 2A^2 a^2 b)x^2 \cos(x) \\
 & + ((-4A^2 a^2 b - 8A^2 a^2)c + 2A^2 a^2 b + 4A^2 a^2 b)x^2 \cos(x) \\
 & + ((4A^2 a^2 b + 4A^2 a^2)c - 2A^2 a^2 b - 2A^2 a^2 b)x^2 \\
 & / (4a^2 \cos(x) + (-8a^2 b - 8a^2) \cos(x) + 4b^2 + 8a^2 b + 4a^2)
 \end{aligned}$$

```
--R  
--E 139
```

Type: Expression Integer

```
)spool  
)lisp (bye)
```

References

- [1] <http://www.cs.uwaterloo.ca/~ecterrab/odetools.html>